



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
158 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2015

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1:

- a) [1,5 puntos] Discuta el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\left. \begin{array}{l} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = a \\ ax + y + z = 1 \end{array} \right\}.$$

- b) [1 punto] Si es posible, resuélvalo para el valor de $a = -2$.

CUESTIÓN A.2: Tres de los cuatro vértices de un tetraedro son los puntos $A = (2, 1, 0)$, $B = (3, 4, 0)$ y $C = (5, 1, 0)$. El cuarto vértice D está en la recta r que pasa por el punto $(1, 2, 3)$ y tiene como vector director el vector $(-1, 1, 1)$.

- a) [0,75 puntos] Determine las ecuaciones paramétricas de la recta r .
b) [1,75 puntos] Calcule las coordenadas del vértice D para que el volumen del tetraedro sea 9.

Observación: Hay dos soluciones distintas; basta con calcular una de ellas.

CUESTIÓN A.3:

- a) [1 punto] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 + e^{1/x}}{1 + e^{2/x}}$.
b) [1,25 puntos] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 + e^{1/x}}{1 + e^{2/x}}$.
c) [0,25 puntos] ¿Es continua la función $f(x) = \frac{2 + e^{1/x}}{1 + e^{2/x}}$ en $x = 0$? Justifique la respuesta.

CUESTIÓN A.4:

- a) [2 puntos] Calcule la integral indefinida $\int 2x \arctg x \, dx$.
b) [0,5 puntos] De todas las primitivas de la función $f(x) = 2x \arctg x$, encuentre la que pasa por el punto de coordenadas $(0, -2)$.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1: Observación: Los apartados a) y b) de este ejercicio son absolutamente independientes y se pueden resolver en el orden que se quiera.

Se dice que una matriz cuadrada A es **involutiva** si cumple que $A^2 = I$, donde I denota la matriz identidad.

- a) **[0,5 puntos]** Justifique razonadamente que toda matriz involutiva es regular (o invertible).
- b) **[2 puntos]** Determine para qué valores de los parámetros a y b la siguiente matriz es involutiva

$$A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ a & -a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

CUESTIÓN B.2: Observación: Los apartados a) y b) de este ejercicio son absolutamente independientes y se pueden resolver en el orden que se quiera.

Considere la recta r y el plano π dados por las ecuaciones siguientes

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{y} \quad \pi: 2x+y+z = -7$$

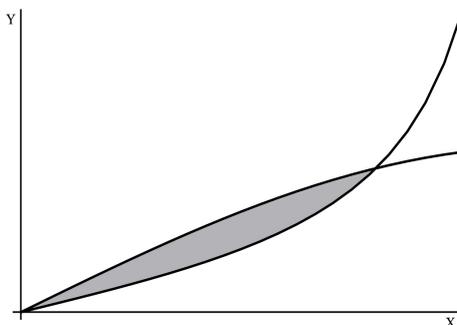
- a) **[1,25 puntos]** Compruebe que la recta r corta al plano π y calcule el ángulo que forman.
- b) **[1,25 puntos]** Determine el plano que pasa por el punto $P = (2, -3, 3)$, es paralelo a la recta r y es perpendicular al plano π .

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos] Considere la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(x^2) + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determine los valores de los parámetros a y b para los cuales la función $f(x)$ es continua y derivable en todo \mathbb{R} .

CUESTIÓN B.4: Considere el recinto limitado por la gráfica de las funciones $f(x) = 2\text{sen}x$ y $g(x) = \text{tg}x$ en el primer cuadrante del plano XY, que está representado en la figura adjunta.



- a) **[0,75 puntos]** Determine los puntos de corte de dichas gráficas.
- b) **[1,75 puntos]** Calcule el área de dicho recinto.